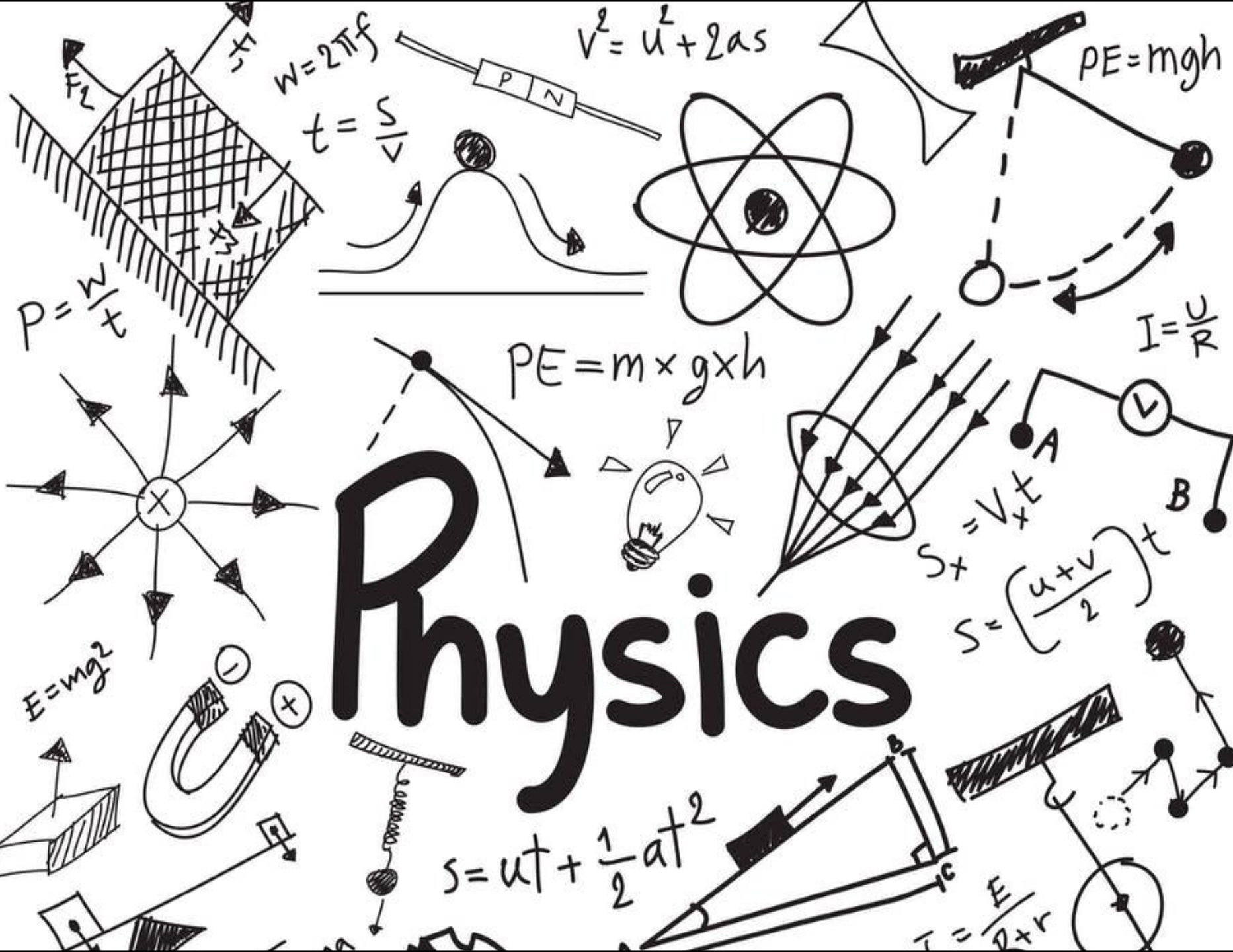


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις

- Προαιρετική παρουσία!

- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε

- Δεν υπάρχουν απουσίες

- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία

- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος (review...)

○ Σύστημα

- Ένα ή περισσότερα σώματα
- Απομονωμένο ή μη
 - ...ανάλογα με το ενεργειακό «πάρε-δώσε» που έχει με το περιβάλλον του

○ Παραγωγή Έργου

- Τρόπος μεταφοράς ενέργειας από ή προς το σύστημα
- Έργο σταθερής ή μεταβαλλόμενης δύναμης

$$W_F = \int \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Ενέργεια Συστήματος (review...)

- Κινητική Ενέργεια

$$K = \frac{1}{2} m u^2$$

- Σχετίζεται με την κίνηση ενός συστήματος (των μελών του)
 - ...μονομελή συστήματα, ως τώρα

- Έργο Δύναμης Ελατηρίου

$$W_s = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$$

- Οι θέσεις x_i, x_f μετρούνται με αναφορά τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου ($x = 0$)

Ενέργεια Συστήματος (review...)

- **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου**
 - 1^ο Ενεργειακό Θεώρημα
- Όταν σε ένα σύστημα ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, το **συνολικό** έργο που παράγεται από αυτές στο σύστημα ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος

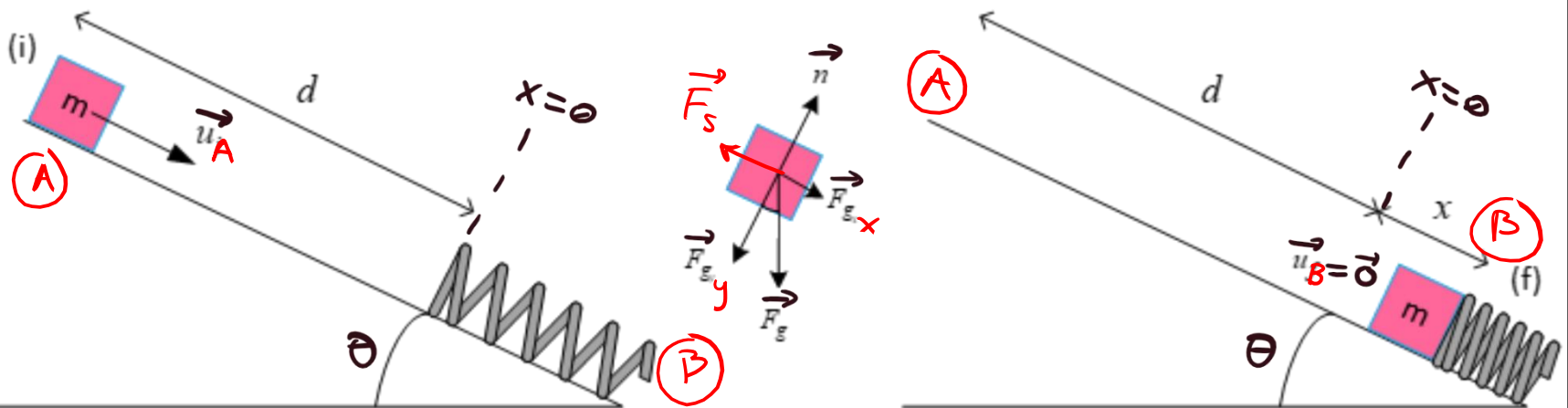
$$\Delta K = K_f - K_i = \sum W_{ext.forces}$$

- Ας το δούμε σε δυο ασκήσεις!

Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ έχει ελατήριο σταθεράς k στερεωμένο στο κάτω μέρος του. Ένα κουτί μάζας m τοποθετείται πάνω στο κεκλιμένο σε απόσταση d από το ελατήριο. Από τη θέση αυτή, το κουτί βάλλεται προς το ελατήριο με ταχύτητα u_0 . Μπορείτε να προβλέψετε πόσο θα έχει συμπιεστεί το ελατήριο όταν το κουτί φτάνει στιγμιαία σε ηρεμία?



Ενέργεια Συστήματος

Παράδειγμα – Λύση:

Διαλέξαμε στη διαδρομή AB.

Θεωρούμε το σύστημα { σώμα }. Τοποθετούμε το σύστημα αξόνων όπως στο σχήμα ($x \parallel$ κεκλιμένο, $y \perp$ κεκλιμένο). Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕΕ στη διαδρομή $A \rightarrow B$.

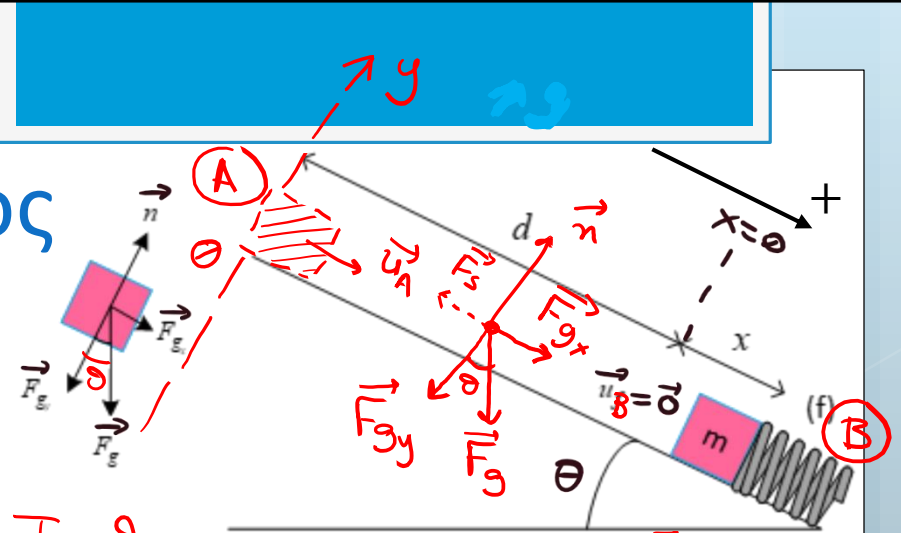
$$\Delta K_{A \rightarrow B} = \sum W_{\text{ext}} = \cancel{W_n} + W_{F_{g_x}} + \cancel{W_{F_{g_y}}} + W_s \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{n}, \vec{F}_{g_y} \perp \Delta \vec{x} \end{array} \right.$$

$$K_B - K_A = W_{F_{g_x}} + W_s \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2} m u_A^2 = W_{F_{g_x}} + W_s \quad (1)$$

$$\bullet W_{F_{g_x}} = \vec{F}_{g_x} \cdot \Delta \vec{x} = mg \sin \theta \cdot (d+x) \quad (2)$$

$$\bullet W_s = \frac{1}{2} k x_A^2 - \frac{1}{2} k x_B^2 = 0 - \frac{1}{2} k x^2 \quad (3)$$

$$(1) \stackrel{(2)}{\Leftrightarrow} \stackrel{(3)}{\Leftrightarrow} -\frac{1}{2} m u_A^2 = mg \sin \theta (d+x) - \frac{1}{2} k x^2 \quad (\text{περιμένουμε τον } x)$$



Ενέργεια Συστήματος

◉ Παράδειγμα – Λύση:

Θυμίζουμε ότι

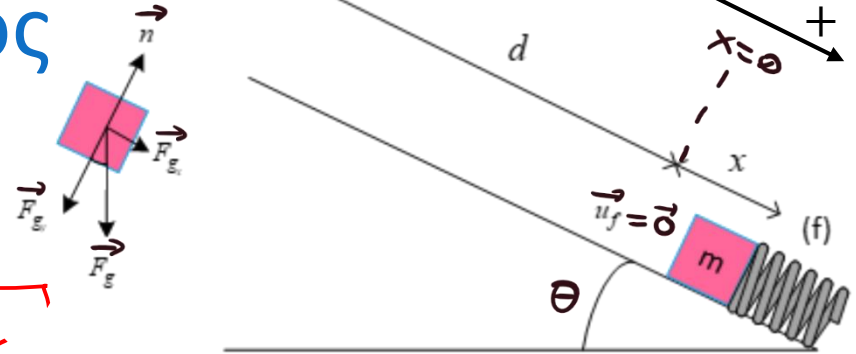
$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

, αν $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

Το πολυώνυμο μας είναι: $\left(\frac{1}{2}k\right)x^2 - \underbrace{mgsin\theta}_{\beta} \cdot x - \underbrace{\left(\frac{1}{2}mu_A^2 + mgsin\theta \cdot d\right)}_{\gamma}$.

$$x_{1,2} = \frac{mgsin\theta \pm \sqrt{(mgsin\theta)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2}k \left(\frac{1}{2}mu_A^2 + mgsin\theta \cdot d\right)}}{2 \cdot \frac{1}{2}k}$$

Από τις δύο ρίζες επιλέγουμε τη θετική γιατί η συνιστώσα \vec{x} του ελατηρίου είναι προς τη θετική φορά του $x'x$.



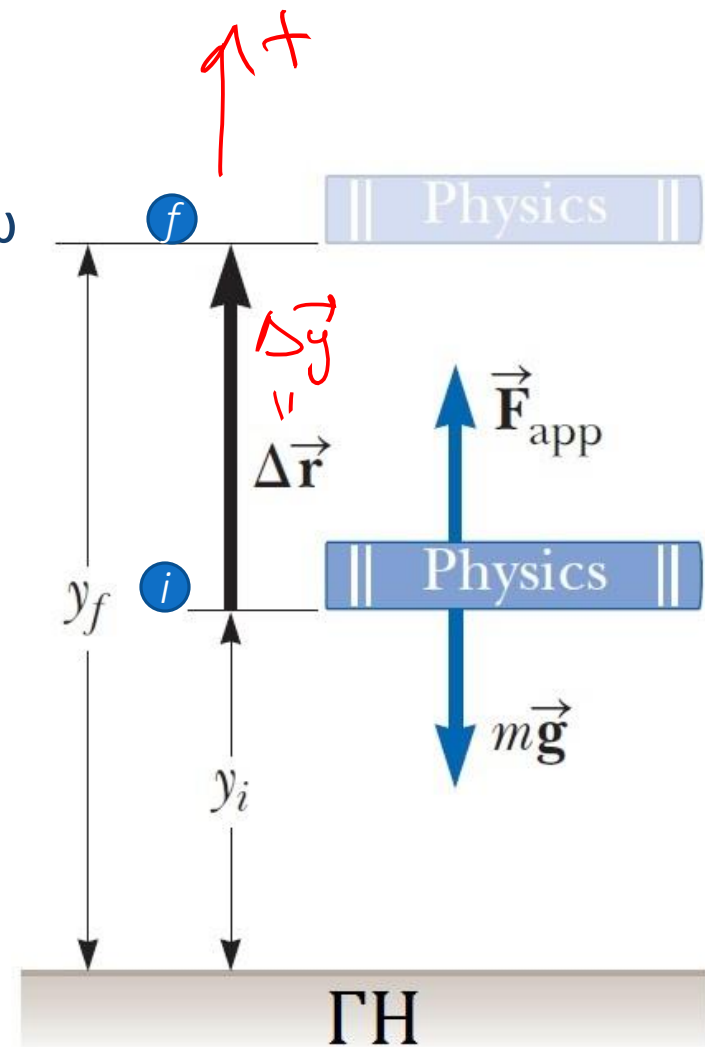
Ενέργεια Συστήματος

- Ως τώρα, είδαμε την επίδραση **εξωτερικών** δυνάμεων σε ένα σύστημα **ενός** μόνο σώματος
- Ας δούμε συστήματα από **δυο ή περισσότερα** σώματα με δυνάμεις **εσωτερικές** στο σύστημα
 - Δηλ. δυνάμεις που **ΔΕΝ** ασκούνται μόνο από το εξωτερικό περιβάλλον
 - a.k.a. δυνάμεις τόσο εξωτερικές, όσο και εσωτερικές
- Τι «ενεργειακό» νέο έχουν να μας πουν τέτοια συστήματα?

Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Μετατοπίζουμε αργά (με σταθερή ταχύτητα) ένα βιβλίο από τη θέση y_i στη θέση y_f μέσω εξωτερικής δύναμης \vec{F}_{app}
- **Αύξηση** ενέργειας συστήματος λόγω έργου της \vec{F}_{app}
 - Μεταφέρουμε ενέργεια **στο** σύστημα
 - Υπάρχει δύναμη, υπάρχει μετατόπιση προς τα πάνω, άρα υπάρχει μη μηδενικό, **θετικό** έργο!



Ενέργεια Συστήματος

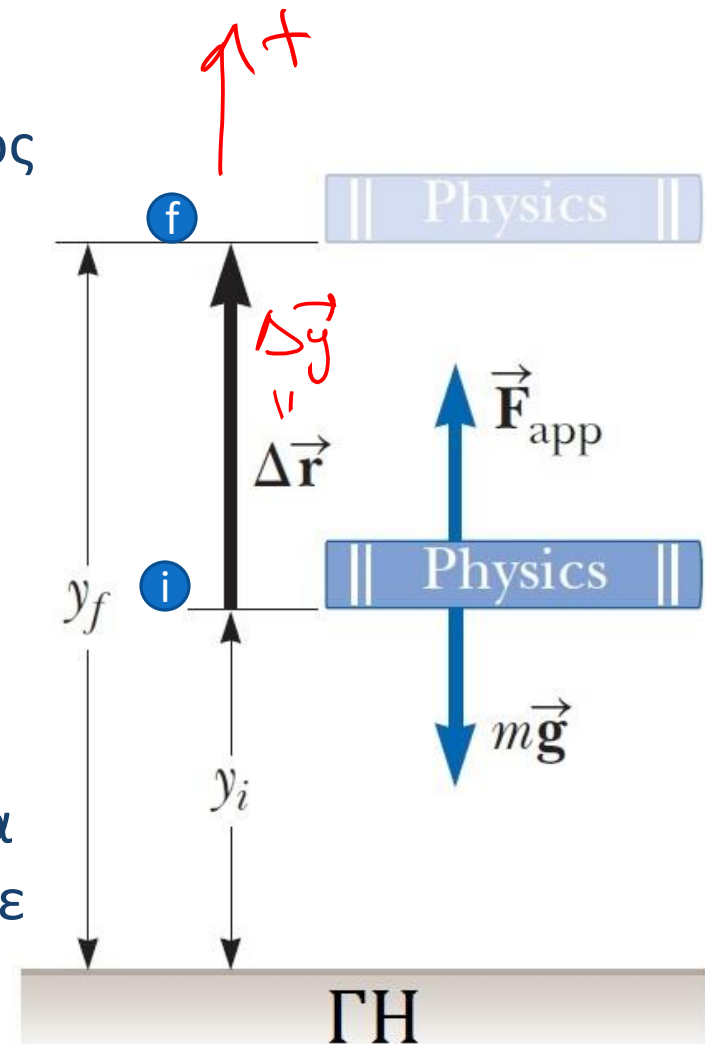
Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Καμιά αλλαγή/μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης! Γιατί; Υποθέσαμε

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$$

δηλ. η ταχύτητα ανόδου είναι σταθερή!

- Η ενέργεια που μεταφέρθηκε μέσω έργου στο βιβλίο πρέπει να έχει αποθηκευτεί στο σύστημα με **άλλη μορφή!**

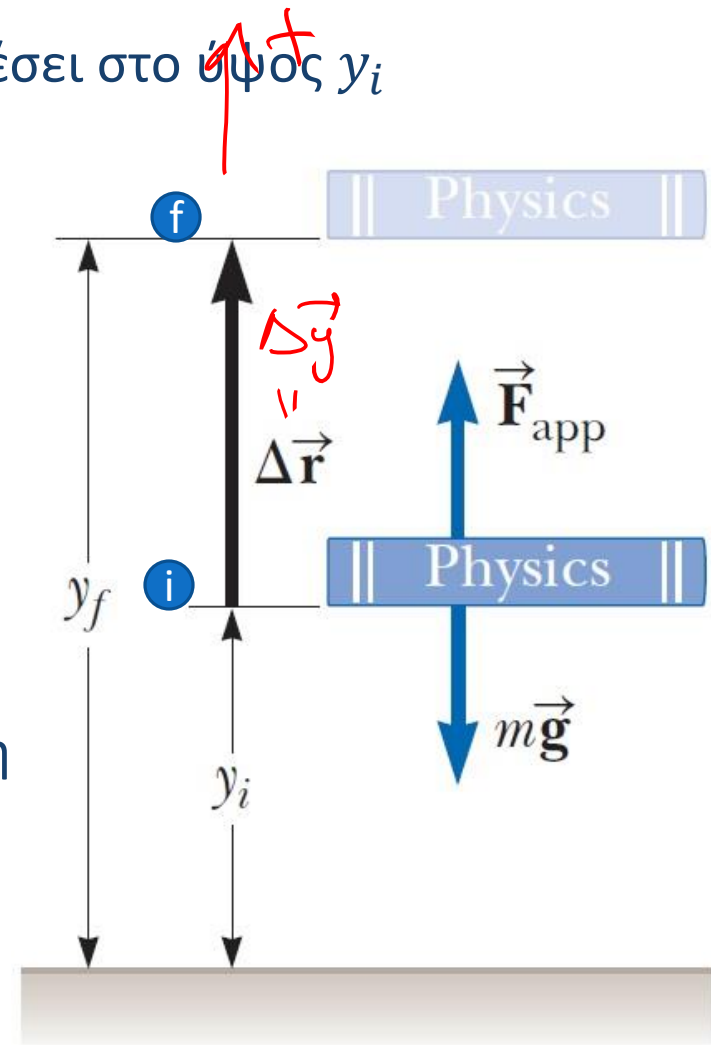


Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Αν αφήσουμε όμως το βιβλίο, θα πέσει στο ύψος y_i
- Τώρα, το βιβλίο (και το σύστημα) έχει **κινητική ενέργεια!**
 - Πώς την απέκτησε; Από πού προήλθε?
 - Προέρχεται από το έργο της δύναμης \vec{F}_{app} κατά την ανύψωση του βιβλίου νωρίτερα
- Η ενέργεια που ήταν αποθηκευμένη στο βιβλίο πριν αυτό αφεθεί να πέσει λέγεται

βαρυτική δυναμική ενέργεια



Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Εφαρμόζουμε δύναμη για να **ανυψώσουμε** το βιβλίο με (σταθερή) πολύ αργή ταχύτητα
(έτσι ώστε $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{app} = -m\vec{g}$)

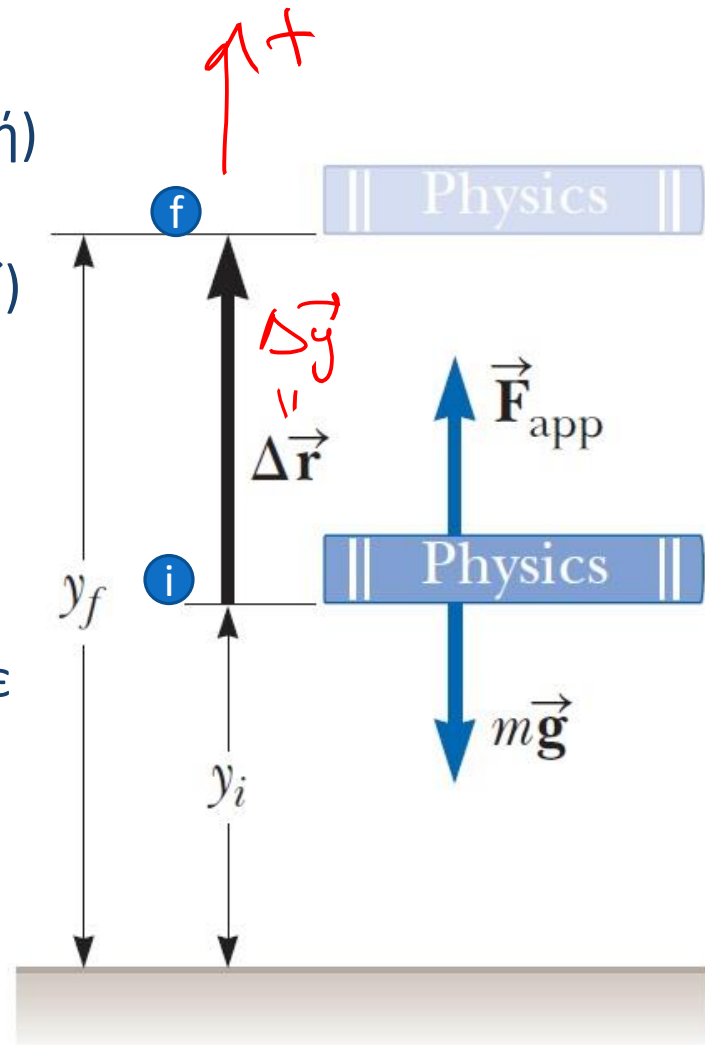
- $$W_{ext} = \vec{F}_{app} \cdot \Delta \vec{r} = -m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r}$$
$$= -m(-g\vec{j}) \cdot (y_f - y_i)\vec{j}$$
$$= mgy_f - mgy_i$$

- Αν συμβολίζουμε με $U = mgy$, τότε

$$W_{ext} = U_{gf} - U_{gi} = \Delta U_g$$

- Βαρυτική Δυναμική ενέργεια**

$$U_g = mgy$$



Ενέργεια Συστήματος

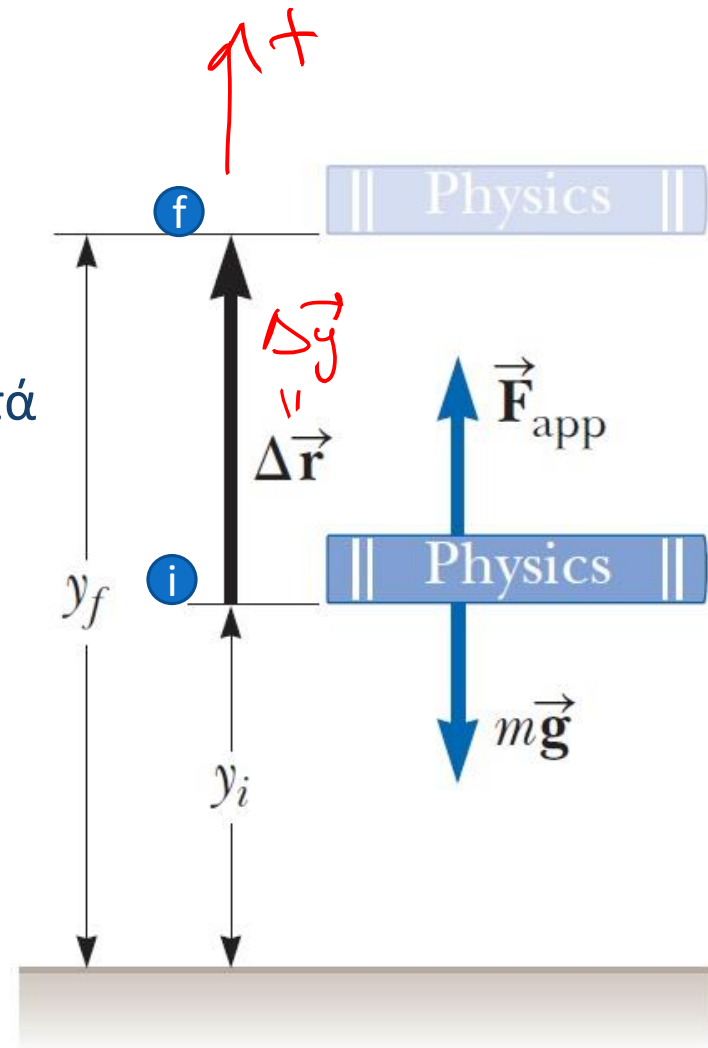
Σύστημα: Βιβλίο + Γη

$$W_{ext} = U_{gf} - U_{gi} = \Delta U_g$$

- Το έργο της εξωτερικής δύναμης κατά την ανύψωση ενός σώματος σε ένα σύστημα {σώμα, Γη} ισούται με τη μεταβολή στη

βαρυτική δυναμική ενέργεια

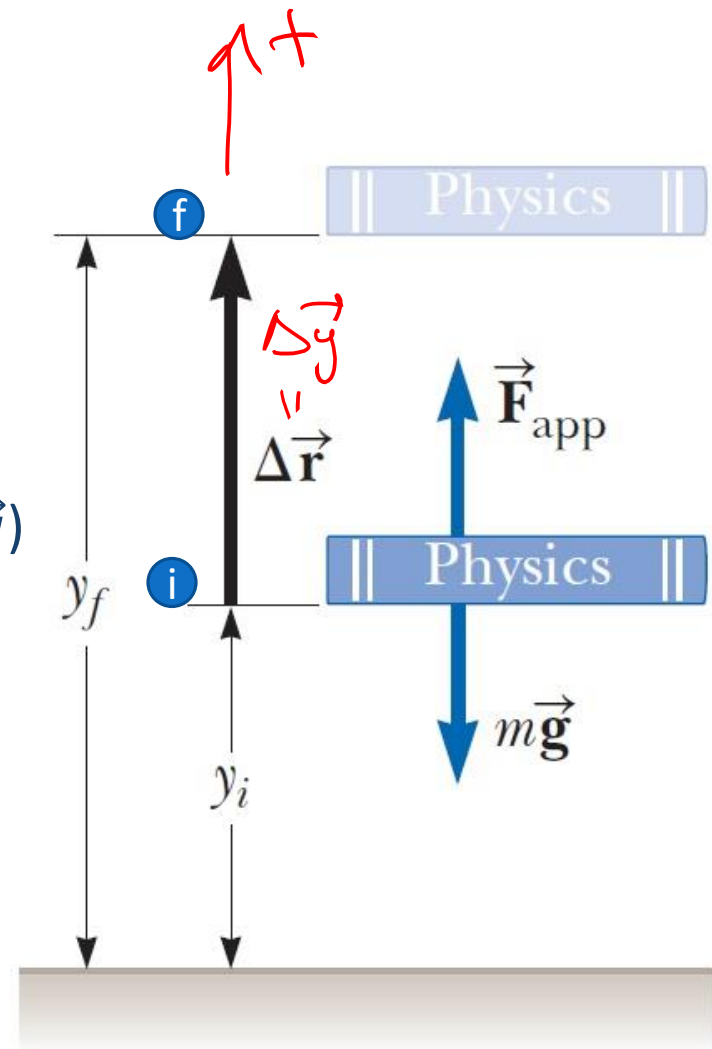
του συστήματος!



Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Ας κάνουμε το ίδιο για το **έργο** της δύναμης του **βάρους**!
- Εφαρμόζουμε δύναμη για να **ανυψώσουμε** το βιβλίο με (σταθερή) πολύ αργή ταχύτητα (έτσι ώστε $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{app} = -m\vec{g}$)
- $$\begin{aligned} W_{F_g} &= \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} \\ &= m(-g\vec{j}) \cdot (y_f - y_i)\vec{j} \\ &= mgy_i - mgy_f \\ &= U_{g_i} - U_{g_f} = -\Delta U_g \end{aligned}$$



Ενέργεια Συστήματος

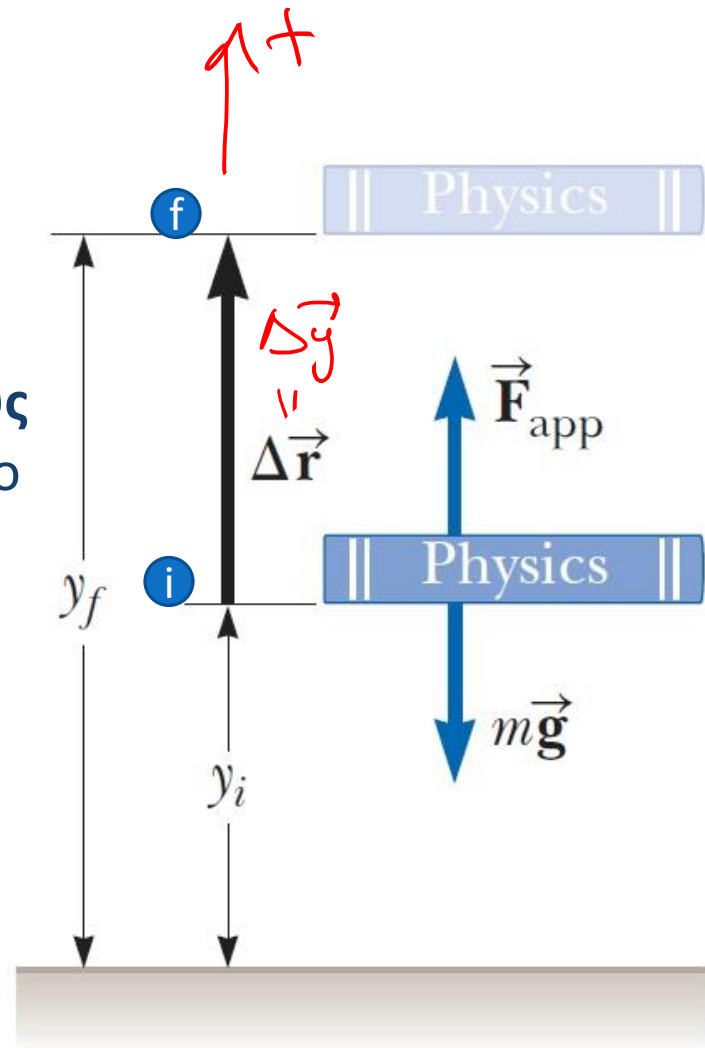
Σύστημα: Βιβλίο + Γη

$$W_{F_g} = U_{g_i} - U_{g_f} = -\Delta U_g$$

- Άρα το έργο της δύναμης του βάρους κατά την ανύψωση ενός σώματος στο σύστημα {σώμα, Γη} ισούται με την αρνητική μεταβολή στη

βαρυτική δυναμική ενέργεια

του συστήματος {σώμα, Γη}!



Ενέργεια Συστήματος

- **Θυμηθείτε:**

- Είδαμε ότι το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα μπορεί να ισοδυναμεί με **μεταβολή της κινητικής του ενέργειας**, που «μεταφράζεται» σε **κίνηση** των μελών του συστήματος
- Στην προηγούμενη περίπτωση, είδαμε ότι το έργο που παράγεται εμφανίζεται ως **μεταβολή της (βαρυτικής) δυναμικής ενέργειας** στο σύστημα
 - ...που «μεταφράζεται» ως αλλαγή στη

διάταξη / διαμόρφωση / σύνθεση

των **μελών** του συστήματος.

- Εν προκειμένω, το βιβλίο ανυψώθηκε σε σχέση με την επιφάνεια της Γης (άλλαξε η μεταξύ τους «διάταξη»)

Ενέργεια Συστήματος

- Σε πρακτικά προβλήματα, πρέπει να επιλέγουμε μια **διάταξη των μελών** του συστήματος (διάταξη αναφοράς) όπου η **βαρυτική δυναμική ενέργεια** θεωρείται **μηδενική**
- Για παράδειγμα, όταν τα σώματα βρίσκονται **ακριβώς πάνω** στην επιφάνεια της Γης.
 - Τότε θεωρούμε ότι η **βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος {Γη, σώματα}** είναι **μηδενική**
 - Οποιαδήποτε **μεταβολή** στο **ύψος** κάποιου σώματος σε σχέση με την επιφάνεια της Γης οδηγεί σε **μεταβολή** της **βαρυτικής δυναμικής ενέργειας** του συστήματος
- Πολλές φορές, το πρόβλημα «οδηγεί» στην κατάλληλη επιλογή της διάταξης

Συνεχίζεται... 😊